FA 2495

VITTORIO MARIA NICCOLI

CONFUTAZIONE DELLA MEMORIA IN CUI HA L'ORIGINE LA LOGICA DEL POTENZIAMENTO

SAGGIO DI LOGICA

56424

EDIZIONE CASTELLO — TORINO

ARTI GRAFICHE P. CASTELLO - LARGO DARIO PINI, 74 TORINO

BIBLIOTECA DELLE FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

Opuscolo PA
2495

CONFUTAZIONE DELLA MEMORIA IN CUI HA L'ORIGINE LA LOGICA DEL POTENZIAMENTO

In una dotta memoria presentata al IV Congresso Internazionale dei Matematici in Roma nel 1908 (1), il Pastore sottopose a critica le leggi semplificative della Logica matematica, affermando che le dimostrazioni che di esse furono date ad attento esame si rivelano essere puramente dei paralogismi.

Non occorre ch'io ripeta, neanche riassuntivamente, l'esposizione del Pastore. Presumendo che il lettore l'abbia sott'occhio, dirò senz'altro le ragioni per le quali non accetto le critiche pastoriane.

Dalla relazione

1) $$ab \supset a$$

(1) A. PASTORE, *Sulla natura extralogica delle leggi di tautologia e di assorbimento nella Logica matematica* (Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici, Roma 1908, Vol. III, Sezione V. Si trova anche in: PASTORE, *La Logica del potenziamento*, edizione Rondinella, Napoli 1936).

si trae, per $b = a$:

2) $$aa \supset a.$$

Ora, poiché se $u \supset v$ e $v \supset w$ si ha ovviamente $u \supset w$, dalla formula classica di Composizione

3) $$a \supset b \,.\, a \supset c \;:\supset: a \supset bc$$

si deduce l'altra:

4) $$a \supset b \,.\, a \supset c \;:\supset: aa \supset bc.$$

Difatti $aa \supset a$ e $a \supset bc$, quindi $aa \supset bc$. Dunque *se vale la* 3) vale la 4); dalle due affermazioni simultanee che costituiscono il primo membro della 4) se ne deduce il secondo membro solo mediante la 3).

Un modo più generale ed ancor più evidente di dimostrare che la validità della 4) dipende dalla validità della 3) è il seguente.

Poiché $ac \supset a$, $ac \supset c$, valgono le:

5) $$a \supset b \,.\, c \supset d \;:\supset:\; ac \supset b.$$

6) $$a \supset b \,.\, c \supset d \;:\supset: ac \supset d.$$

I due secondi membri, rispettivamente della 5) e della 6), valgono simultaneamente; se ne deduce, in virtù della 3), che $ac \supset bd$. Dunque

7) $$a \supset b \,.\, c \supset d \;:\supset: ac \supset bd,$$

cioè « dal prodotto delle Hp si deduce il prodotto delle Ths ». La 4) non è che un caso speciale della 7), che sussiste grazie alla formula classica 3).

Ponendo nella 3) $b = c = a$, si ottiene

8) $$a \supset aa,$$

formula che unitamente alla 2) dà la prima legge semplificativa.

Si vede da ciò che ho esposto che non è vero, come sostiene il Pastore, che la formula esatta del Cmp sia la 4) e che la 3) sia arbitraria (non sia che la proposizione tautologica mascherata). Se la 3) fosse arbitraria, lo sarebbe pure la 4), che è ad essa legata.

Che il valere simultaneamente le 3), 4) abbia legame con l'esistenza della proposizione tautologica, è cosa ovvia, giacché la 4) si deduce in base alle 1), 3), sulle quali pure si basa, in fondo, la proposizione tautologica.

Resta dunque dimostrato, contrariamente alle asserzioni del Pastore, che è perfettamente lecito valersi della 3) per dedurre la proposizione semplificativa.

Il Pastore però osserva che, anche ove si ammetta la formula 3), come non basata sulla legge semplificativa, ugualmente essa non può essere adoperata per dedurre tale legge, in quanto in essa non si possono porre due termini pari ad a al posto dei due termini b, c. Perché? Perché con tale sostituzione « l'Hp diventerebbe

$$a \supset a \,.\, a \supset a$$

da cui, in virtù della

$$aa \supset a$$

già posta antecedentemente ... non si ricava che

$$a \supset a \text{ ».}$$

Ma che dall'ipotesi $a \supset a \,.\, a \supset a$ si ricavi $a \supset a$ non esclude affatto che se ne possa ricavare l'altra proposizione $a \supset aa$; così come il ricavare $a \supset b$ dall'ipotesi $a \supset b \,.\, a \supset c$ (in virtù della $ab \supset a$) non esclude che se ne possa ricavare la relazione $a \supset bc$

(ottenendo così la legge del Cmp). Ciò è assai evidente. Se io considero in blocco la proposizine $a \supset b$, ed in blocco la proposizione $a \supset c$, indicandole rispettivamente con A, B; dalla loro affermazione simultanea posso soltanto ricavare o A, o B, cioè $a \supset b$, o $a \supset c$. Ma se considero esplicitamente, in ognuna delle $a \supset b$, $a \supset c$, l'ipotesi e la tesi, posso dedurne qualcosa di più, cioè $a \supset bc$. Opero su tre enti a, b, c anziché su due A, B. Così, se considero l'ipotesi $a \supset a \,.\, a \supset a$ non meramente nella forma $A \,.\, A$, ma in essa medesima tengo conto di ipotesi e di tesi, posso dedurne $a \supset aa$ (non soltanto $a \supset a$).

Il Pastore obbietta ancora che la $a \supset aa$ non può nemmeno essere posta immediatamente come Pp, e adoperata per trarre la proprietà tautologica (affermandola assieme alla $aa \supset a$); perché essa pure non è che la proposizione tautologica mascherata. Ma nel mostrare che la $a \supset aa$ contiene la $a = aa$ il Pastore si giova, senza metterlo in evidenza, della $aa \supset a$ (la tesi *particolare* viene dedotta dalla tesi *generale*); quindi è chiaro che la proposizione tautologica non è implicita nella $a \supset aa$, ma scende proprio dall'affermazione simultanea delle due proposizioni $a \supset aa$, $aa \supset a$.

Infine il Pastore prende in considerazione l'assunzione della $a = aa$ come postulato, ed osserva che ciò non si può fare senza rinnegare il principio d'identità, ove con a si voglia indicare un ente logico. Egli dice che un concetto « tante volte è quante volte si pensa »; che « ponendo aa, sebbene il concetto del primo a sia identico al concetto del secondo a, tuttavia gli oggetti logici, cioè i concetti di cui si tratta, sono innegabilmente due ».

Ora, ogni calcolo considera i suoi enti astrattamente; nella definizione di un ente entra un particolare gruppo di proprietà, ma non l'atto (puntualizzato nel tempo) in cui esso sussiste come pensato, altrimenti non avrebbe senso parlare di enti idenfici nella deduzione, processo mediato. Ogniqualvolta si riscontra

un medesimo gruppo di proprietà, si ha dinanzi un medesimo ente.

Nel prodotto *aa* il primo *a* è identico al secondo *a*, cioè i due *a* hanno in comune tutte le proprietà che concorrono alla loro determinazione nel campo logico. Se quindi il loro essere simultaneamente costituisse la realtà di due enti distinguibili e non di uno solo, vorrebbe dire che c'è ancora almeno una proprietà in cui i due enti differiscono; essi non sarebbero identici.

In ogni calcolo accade di parlare di *due* enti *identici*, facendo in fondo un bisticcio verbale (l'identità fonde i due enti in *uno* solo); che per ovvie ragioni non si può eliminare, e comunque chiarito il senso non sono più possibili equivoci.

In base alle precedenti considerazioni si mette tosto in chiaro la validità pure della seconda proprietà tautologica e della legge di assorbimento.

Con questa ricerca io ho voluto difendere le leggi di tautologia e di assorbimento dalla critica del Pastore, e quindi la Logica classica dalla nuova Logica del potenziamento, che è sorta dall'abbandono di quelle leggi.

Torino, 15 Gennaio 1943.

VITTORIO MARIA NICCOLI

56424

BIBLIOTECA DELLE FACOLTÀ DI ... E FILOSOFIA TORINO

FINITO DI STAMPARE
IL 1 FEBBRAIO 1943-XXI